

Exercice n°4:(6pts)

Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 3x - 2 & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{3x^2 - 1 + \cos x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue en 0.
2. Étudier la dérivabilité en 0. Interpréter graphiquement les résultats.
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
4. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
5. a- Montrer que pour tout x strictement positif $f(x) \leq 3x$
b- En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
6. Soit la fonction g définie sur $[-2, +\infty[$ par $g(x) = f(-\sqrt{2+x})$
 - a- Montrer que g est continue sur $[-2, +\infty[$
 - b- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]0, 2[$